TRAVAIL RAPIDE

# Chapitre 1 : Nombres entiers et diviseurs

Effectuer les divisions euclidiennes / entières suivantes :

224 : 12 ; 153 : 9

| 224 | 12 |
|---|---|
| - 12 ↓ | 18 |
| 104 | |
| - 96 | |
| 8 | |

12 × 1 = 12
24
36
48
60
72
84
96
108

dividende

224 = 18 × 12 + 8

quotient diviseur reste

| 153 | 9 |
|---|---|
| - 9 | 17 |
| 63 | |
| - 63 | |
| 0 | |

reste = 0

153 = 17 × 9 + 0

153 = 17 × 9 on dit que 9 est un diviseur de 153 et que 153 est un multiple de 9

Activité 1 p 11 :

Activité 1

## Division euclidienne

Dans une fabrique de craies, trois employés, Léa, Carlo et Emma rangent des craies blanches dans des boîtes de 25.

1 Dans chaque cas, combien de boîtes peuvent-ils remplir et combien de craies reste-t-il ? Dire ensuite si leur nombre de craies est un multiple ou non de 25.

**a.** Léa a 130 craies à ranger. **b.** Carlo a 500 craies à ranger.

2 Emma affirme : « Toutes les boîtes sont pleines ! Il reste 7 craies. J'ai déjà rangé entre 150 et 160 craies. » Combien Emma avait-elle de craies à ranger ?




3 Utiliser la touche Décomp B [F] (ou [÷]) de la calculatrice pour reconnaître les multiples de 25 parmi ces nombres de craies à ranger :

**a.** 650 craies **b.** 1 250 craies **c.** 1 457 craies **d.** 15 875 craies

1-a-

| 130 | 25 |
|---|---|
| -125 | 5 |
| 5 | |

| 500 | 25 |
|---|---|
| -50 ↓ | 20 |
| 00 | |
| -00 | |
| 0 | |

Le reste est toujours plus petit que le diviseur

Léa peut faire 5 boîtes il restera 5 craies

Carlo fera 20 boîtes

A la calculatrice : 130 Seconde [F] [:] 25 Q = 5 R = 5

2) 6 x 25 = 150
150 + 7 = 157 craies

3) 650 [F] 25 Q = 26 R = 0 650 = 25 x 26

multiple. diviseur de 650 diviseur de 650

1250 [F] 25 Q = 50 R = 0 1250 = 25 x 50

1457 [F] 25 Q = 58 R = 7 1457 = 25 x 58 + 7

15 875 [F] 25 Q = 635 R = 0 15 875 = 635 x 25

Effectuer les divisions euclidiennes 14/09 : 15 603 : 17 et 2 111 : 123

| 15 603 | 17 ← diviseur |
|---|---|
| - 15 3 | 917 ↑ quotient |
| 30 | |
| - 17 | |
| 133 | |
| - 119 | |
| 14 ← reste | |

dividende.

15 603 [F] 17 = Q = 917 R 14
2nde [:]

Egalité : 15 603 = 17 x 917 + 14

2 111 [F] 123 = Q = 17 R 20

Egalité : 2 111 = 123 x 17 + 20

# Appliquer



## 1 - Vocabulaire

Complète avec les mots : « Diviseur » ; « Multiple » ; « divisible » ; « divise ».

1. 39 est un multiple de 13.
2. 5 est un diviseur de 75.
3. 7 n'est pas un multiple/diviseur de 55.
4. 8 ne divise pas 35.
5. 81 n'est pas un multiple de 11.
6. 36 n'est pas divisible par 5.

## 2 - Diviseur et Multiple

1. Quel nombre est le plus grand, quel nombre est le plus petit diviseur de 147 ? le plus grand diviseur est 147
2. Quels nombres ont plus de 4 multiples inférieurs à 100 ? (Entoure-les.)

43 100 20 9 15 25 19 35

## 3 - Diviseurs

Détermine l'ensemble des diviseurs de chacun des nombres suivants :
(*Sépare les éléments de l'ensemble par un point-virgule. On écrit pour 17 :* $\mathcal{D}_{17} = \{1;17\}$) 17 et 71 sont des nombres PREMIERS

62 : $\mathcal{D}_{62} = \{1 ; 2 ; 31 ; 62\}$

71 : {1 ; ... ; 71}

25 : $\mathcal{D}_{25} = \{1 ; ... 5 ... ; 25\}$

28 : {1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28}

## 4 - Sans calculatrice

Vérifie par décomposition appropriée.

97 divise 19 497 — 242 363 est un multiple de 121
742 est divisible par 7 — 71 est diviseur de 213 284
19 est diviseur de 3 819 — 82 123 est divisible par 41

## 5 - Avec des lettres

L'affirmation : « Un nombre pair $x$ est le double d'un nombre entier $k$ » peut s'écrire comme équation : $x = 2 \times k$.
Écris les affirmations suivantes sous forme d'équation.

1. « Un nombre $x$ est le quintuple d'un nombre $k$. »
   .....
2. « Le nombre $x$ est divisible par 3. »
   .....
3. « 7 divise le nombre $x$ »
   .....

## 6 - Vrai ou faux ?

Les affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifie ta réponse.

1. Un nombre pair divisible par 5 est aussi divisible par 10.
2. Un nombre pair n'est pas divisible par 7.
3. Un nombre qui n'est pas divisible par 6 n'est pas non plus divisible par 2 ou par 3.
4. Si on multiplie un nombre divisible par 3 par 5, on obtient un nombre divisible par 15.
5. Le tiers d'un nombre divisible par 6 est un nombre pair.

## 7 - Divisibilité

1. Jens affirme voir très rapidement que le nombre 108 est divisible par 6.
   Comment fait-il si vite ?
2. Oliver dit « Si un nombre est divisible par 3 et 6, il est aussi divisible par 18. ». A-t-il raison ?

## 8 - Chocolat

Entre combien d'enfants peut-on partager équitablement le chocolat ?
Combien de morceaux de chocolat reçoit alors chaque enfant ?
Écris toutes les possibilités.



## 9 - Les lattes de bois

Deux lattes de bois, longues de 2,70 $m$ et 6,30 $m$, doivent être sciées en morceaux de même longueur.
Quelle peut être la longueur de ces morceaux si seuls des centimètres entiers sont autorisés comme mesure ?

## 10 - Briques

Une sorte de brique mesure 22 $cm$ de haut, une autre mesure 14 $cm$ de haut.
Combien de briques de chaque sorte un maçon doit-il empiler au minimum pour obtenir des murs de même hauteur ?

## 11 - diviseurs communs

Détermine les diviseurs communs des deux nombres :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 et 21 | ..... | 6 et 10 | ..... |
| 11 et 22 | ..... | 12 et 17 | ..... |
| 16 et 20 | ..... | 25 et 35 | ..... |

## 12 - Fractions

Écris les fractions suivantes avec le plus petit dénominateur commun.

1. $\frac{1}{12} = \frac{...}{...}$ ; $\frac{1}{10} = \frac{...}{...}$ ; $\frac{1}{3} = \frac{...}{...}$
2. $\frac{3}{14} = \frac{...}{...}$ ; $\frac{5}{6} = \frac{...}{...}$ ; $\frac{3}{21} = \frac{...}{...}$

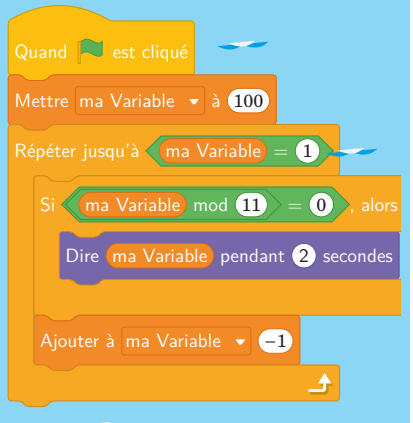


## 13 - Énigme

J'ai moins de 1 000 cartes Pékomon.

- Si je fais des piles de 2 cartes, il en reste une,
- Avec des piles de 3 cartes, il en reste deux,
- Avec des piles de 4 cartes il en reste trois,
- Avec des piles de 5 cartes, il en reste quatre,
- Avec des piles de 6 cartes il en reste cinq,
- Avec des piles de 7 cartes, il n'en reste aucune.

Combien de cartes ai-je ?




Tu dois résoudre cette énigme avec Scratch.

*L'opérateur « Mod », qui donne le reste d'une division euclidienne sera utile. Que fait l'algorithme ci-dessus ?*

## Critères de divisibilité :

* Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 5 ou 0
* Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8
* Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3

Exemple : 81 ⇒ 8+1 = 9 multiple de 3
~~80~~ ⇒ 8+0 = 8 non multiple de 3
381 ⇒ 3+8+1 = 12 multiple de 3
3423 ⇒ 3+4+2+3 = 12 multiple de 3

* Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9

342 ⇒ 3+4+2 = 9 multiple de 9
6119 ⇒ 6+1+2+9 = 18 multiple de 9
111 111 111 ⇒ 1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 9 multiple de 9

**Ex 2**

147

147 : 7 = 21

147 : 1 = 147 Egalité 147 = 1 × 147

Egalité : 147 = 7 × 21



**Ex 3**

$D_{147} = \{1 ; 3 ; 7 ; 21 ; 49 ; 147\}$

$D_{62} = \{1 ; 2 ; ; 31 ; 62\}$

$D_{37} = \{1 ; 37\}$ 37 a 2 diviseurs exactement c'est un nombre premier

$\sqrt{37} \simeq 6$..

$D_{45} = \{1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45\}$

$\sqrt{45} \simeq 6, \ldots$

$D_{192} = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 32 ; 48 ; 64 ; 96 ; 192\}$

$\sqrt{192} \simeq 13, \ldots$

**Déterminer tous les diviseurs d'un nombre**

Les diviseurs de 60 sont :

{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60}

J'utilise les critères de divisibilité
60 se termine par 0 → 2 et 5 et 10
6+0 = 6 → 3
On crée 2 suites l'une croissante l'autre décroissante.

..

$D_{15} = \{1 ; 3 ; 5 ; 15\}$

$D_9 = \{1 ; 3 ; 9\}$ $D_{16} \{1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16$

$D_4 = \{1 ; 2 ; 4\}$

**4 - Sans calculatrice**

Vérifie par décomposition appropriée.

| | |
|---|---|
| 97 divise 19 497 | 242 363 est un multiple de 121 |
| 742 est divisible par 7 | 71 est diviseur de 213 284 |
| 19 est diviseur de 3 819 | 82 123 est divisible par 41 |

# Décomposition en facteurs premiers:

* Trouver les 10 premiers nombres premiers

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

Tout nombre entier se décompose en un produit de nombre premier.

Exemple: $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$98 = 2 \times 49 = 2 \times 7 \times 7$

71 est un nombre premier $D_{71} = \{1; 71\}$

1 n'est pas un nombre premier $D_1 = \{1\}$

17 est un nombre premier $D_{17} = \{1; 17\}$

37 est un nombre premier $D_{37} = \{1; 37\}$

11 est un nombre premier $D_{11} = \{1; 11\}$

5 est un nombre premier $D_5 = \{1; 5\}$

Méthode: **90**

| 90 | 2 |
|---|---|
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

facteurs ↓ ↓ ↓ ↓

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

**60**

| 60 | 2 |
|---|---|
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$2 \times 2 \times 3 \times 5$

| 210 | 2 |
|---|---|
| 105 | 3 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

| 192 | 2 |
|---|---|
| 96 | 2 |
| 48 | 2 |
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$192 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 2^6 \times 3$

| 490 | 2 |
|---|---|
| 245 | 5 |
| 49 | 7 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$490 = 2 \times 5 \times 7 \times 7$

$= 2 \times 5 \times 7^2$

| 360 | 2 |
|---|---|
| 180 | 2 |
| 90 | 2 |
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$= 2^3 \times 3^2 \times 5$

| 637 | 7 |
|---|---|
| 91 | 7 |
| 13 | 13 |
| 1 | |

$637 = 7^2 \times 13$

| 194 | 2 |
|---|---|
| 97 | 97 |
| 1 | |

$194 = 2 \times 97$

| 196 | 2 |
|---|---|
| 98 | 2 |
| 49 | 7 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$196 = 2^2 \times 7^2$

# B Interrogation écrite

Divisibilité & nombres premiers

NOM : .....

14

## 1 - Vocabulaire

**1)** Si **6 divise 54**, on peut dire que :
(**entoure la réponse juste**)

a) 6 est un diviseur de 54 0,5

b) 54 est un multiple de 6 0,5

~~c) 6 est un multiple de 54~~ -0,5

**2)** Lequel de ces nombres est premier ?

a) ~~1~~ b) 19 c) ~~27~~ d) ~~49~~

**3)** Lequel de ces nombres est divisible par **3** ? /2

*Justifier.*

a) 2 136 b) 253 c) 6 814

*Justification :*

1 * 2+1+3+6 = 12 multiple de 3

ou

1 * 2 136 : 3 = 712 pas de reste

## 2 - Diviseurs

16

Déterminer **tous** les diviseurs des nombres suivants.

a) 18 (2) b) 37 (2) c) 252 (2)

1,5 $D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

$\sqrt{18} \approx 4,...$

0,5

1,5 $D_{37} = \{1; 37\}$

$\sqrt{37} \approx 6$

0,5

$D_{252} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 9; 12; 14; 18; 21; 28; 36; 42; 63; 84; 126; 252\}$

$\sqrt{252} \approx 15,...$

0,5


# B Interrogation écrite

Divisibilité & nombres premiers

NOM : .....


14

## 1 - Vocabulaire

**1)** Si **9 divise 63**, on peut dire que :
(**entoure la réponse juste**)

~~a) 63 est un diviseur de 9~~ -0,5

b) 9 est un diviseur de 63 0,5

c) 63 est un multiple de 9 0,5

**2)** Lequel de ces nombres est premier ? 1

a) ~~1~~ b) 29 c) ~~33~~ d) ~~121~~

**3)** Lequel de ces nombres est divisible par **9** ? /2

*Justifier.*

a) 4 715 b) 281 c) 3 537

*Justification :*

* 3+5+3+7 = 18 multiple de 9 1

ou

* 3537 : 9 = 393 pas de reste 1

## 2 - Diviseurs

16

Déterminer **tous** les diviseurs des nombres suivants.

a) 28 (2) b) 41 (2) c) 180 (2)

$D_{28} = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$

$\sqrt{28} = 5,...$

0,5

$D_{41} = \{1; 41\}$ 1,5

$\sqrt{41} = 6,...$

0,5

$D_{180} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 36; 45; 60; 90; 180\}$

$\sqrt{180} \approx 13,...$

0,5

## 3 - Simplification

Pour simplifier une fraction, il est souvent utile de décomposer le numérateur et le dénominateur en facteurs premiers afin de repérer les facteurs communs.

1. Décompose 48 et 180 en produits de facteurs premiers.

. ..... .

2. En utilisant ces décompositions, simplifie la fraction $\frac{48}{180}$ au maximum.

. .... .

3. Simplifie de la même façon les fractions suivantes en décomposant chaque terme :

a. $\frac{72}{108}$ b. $\frac{126}{210}$ c. $\frac{165}{275}$

1.

| 48 | 2 |
|---|---|
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$48 = 2\times2\times2\times2\times3$

| 180 | 2 |
|---|---|
| 90 | 2 |
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$180 = 2\times2\times3\times3\times5$

2. $\frac{48}{180} = \frac{2\times2\times2\times2\times3}{2\times2\times3\times3\times5} = \frac{4}{15}$

$\frac{4}{15}$ est une fraction irréductible

**Remarque :** on simplifie $\frac{48}{180}$ par $2\times2\times3 = 12$ ; 12 est appelé le plus grand commun diviseur de 48 et 180 → $PGCD(48 ; 180) = 12$

3. a. $\frac{72}{108} = \frac{2\times2\times2\times3\times3}{2\times2\times3\times3\times3} = \frac{2}{3}$

| 72 | 2 |
|---|---|
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

| 108 | 2 |
|---|---|
| 54 | 2 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$PGCD(72 ; 108) = 2\times2\times3\times3 = 36$

b. $\frac{126}{210} = \frac{2\times3\times3\times7}{2\times3\times5\times7} = \frac{3}{5}$

| 126 | 2 |
|---|---|
| 63 | 3 |
| 21 | 3 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$PGCD(126 ; 210) = 2\times3\times7 = 42$

c. $\frac{165}{275} = \frac{3\times5\times11}{5\times5\times11} = \frac{3}{5}$

| 165 | 3 |
|---|---|
| 55 | 5 |
| 11 | 11 |
| 1 | |

| 275 | 5 |
|---|---|
| 55 | 5 |
| 11 | 11 |
| 1 | |

$PGCD(165 ; 275) = 5\times11 = 55$.

④ a- $D_{180} = \{1$ $180\}$

Sur la copie double

# Devoir de synthèse :

| Note : | Remarque : |
| --- | --- |
| | |

| | Moi | Prof |
| --- | --- | --- |
| * Je soigne ma copie | :) | |
| * Je connais les nombres premiers | :) | |
| * Je sais trouver les diviseurs | :\| | |
| * Je sais décomposer en facteurs premiers | :( | |

note estimée : 16/20