

Chapitre 9 : test d'hypothèses

Méthode :

Etape 1 : Choix de la variable de décision et ses paramètres -

Etape 2 : Choix de 2 hypothèses : H_0 l'hypothèse nulle et H_1 : l'hypothèse alternative -

Etape 3 : Considérant H_0 vérifiée on détermine une zone de confiance (et une zone critique)
selon le niveau de risque α donné
↳ intervalle

Etape 4 : On rédige une règle de décision -

Utilisation du test d'Hypothèse :

Etape 5 : Calcul des caractéristiques d'un échantillon, puis application du test -

test bilatéral relatif à une moyenne

Une machine produit des rondelles dont l'épaisseur est une variable aléatoire X d'écart type $0,3 \text{ mm}$.
La machine a été réglée pour une épaisseur de 5 mm .
Un contrôle portant sur un échantillon de 100 rondelles a donné une moyenne des épaisseurs égale à $5,07 \text{ mm}$.

Peut-on affirmer, que la machine est bien réglée au seuil de risque de 5% ?

Etape 1 : Variable de décision

Soit m l'espérance mathématique (moyenne) de X .

On considère $\bar{X}$ la variable aléatoire qui à chaque échantillon de 100 rondelles associe la moyenne de leurs épaisseurs -

Dans ce cas $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{0,3}{\sqrt{n}}\right)$ $n=100$

$\bar{X} \sim \mathcal{N}(m; 0,03)$

$\bar{X}$ sera notre variable de décision -

test unilatéral relatif à une moyenne

la durée de vie (en heures) des ampoules électrique d'un fournisseur est une variable aléatoire X d'écart-type 120 .

Le fournisseur annonce une durée de vie de 1200 h .

On a testé un échantillon de 36 ampoules on constate une durée de vie moyenne de 1090 h . Doit-on prendre la décision de renvoyer les ampoules en prenant un risque de 5%

Etape 1 : Variable de décision.

Soit m l'espérance mathématique de X

On considère $\bar{X}$ la variable aléatoire qui à chaque échantillon de 36 ampoules associe la moyenne des durées de vie -

Donc $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{120}{\sqrt{36}}\right)$

$\bar{X} \sim \mathcal{N}(m; 20)$

$\bar{X}$ est la variable de décision -

Etape 2: Choix des Hypothèses

Si la machine est bien réglée $m = 5\text{mm}$

Donc $H_0: m = 5\text{mm}$

et $H_1: m \neq 5\text{mm}$ test bilatéral

Etape 3: Zone critique / Zone de confiance

Supposons que H_0 est vraie: " $m = 5\text{mm}$ "

Dans ce cas $\bar{X} \sim \mathcal{N}(5; 0,03)$

on cherche d tel que

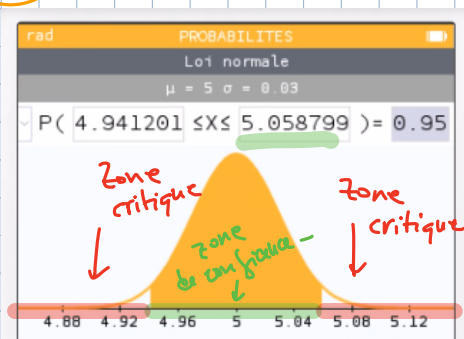
$$P(5-d \leq \bar{X} \leq 5+d) = 1-\alpha$$

ici $\alpha = 5\%$

$$P(5-d \leq \bar{X} \leq 5+d) = 1-0,05 = 0,95$$

avec $\bar{X} \sim \mathcal{N}(5; 0,03)$

NW



TI $\frac{0,95+1}{2} = 0,975$

$\text{fracnormale}(0,975, 5, 0,03)$
 $\approx 5,059$

$$5+d \approx 5,059$$

$$d \approx 5,059 - 5 = 0,059$$

$$5-d \approx 5 - 0,059 = 4,941$$

donc $I = [4,941; 5,059]$ (zone de confiance)

Etape 4: Rédaction de la règle de décision

On prélève un échantillon de 100 rondelles

on calcule la moyenne des épaisseurs (m_e)

si $m_e \in I$ on valide H_0

sinon on valide H_1 .

Etape 2: Choix des hypothèses

Si le fournisseur dit vrai, $m = 1120\text{h}$

Donc $H_0: m = 1120\text{h}$

et $H_1: m < 1120\text{h}$ test unilatéral

Etape 3: Zone critique / Zone de confiance

Supposons que H_0 est vraie: " $m = 1120\text{h}$ "

Dans ce cas $\bar{X} \sim \mathcal{N}(1120; 20)$

On cherche a tel que

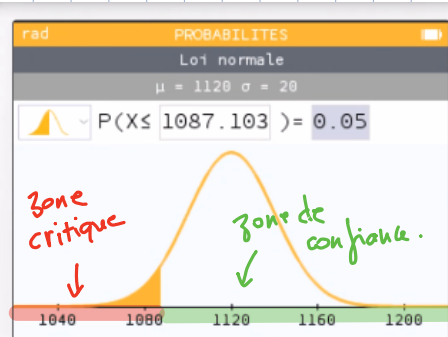
$$P(\bar{X} \leq 1120 - a) = \alpha$$

ici $\alpha = 5\%$

$$P(\bar{X} \leq 1120 - a) = 0,05$$

avec $\bar{X} \sim \mathcal{N}(1120; 20)$

NW



TI

$\text{fracnormale}(0,05, 1120, 20)$
 $\approx 1087,1$

$$1120 - a \approx 1087,1$$

$$a \approx 1120 - 1087,1$$

$$a \approx 32,9$$

donc $I = [1087,1; +\infty[$ (zone de confiance)
 $]-\infty; 1087,1[$ (zone critique)

Etape 4: Rédaction de la règle de décision

On prélève un échantillon de 36 ampoules

on calcule la moyenne des durées de vie (m_e)

si $m_e \in I$ on valide H_0

sinon on valide H_1 .

Etape 5: Utilisation du test.

Sur l'échantillon on a $m_e = 5,07$
 $5,07 \notin [4,941; 5,059]$

Donc je conclus que la machine n'est pas bien réglée au seuil de risque de 5%.

Etape 5: Utilisation du test.

Sur l'échantillon on a $m_e = 1090$
 $1090 \in [1087,1; +\infty[$

Donc on valide H_0 , l'affirmation du fournisseur est vraie au seuil de risque de 5%.

Exercice 1: Introduction aux intervalles de confiance

- 1. Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.
 - a) Déterminer le réel a tel que $p(-a \leq X \leq a) = 0,99$. $a \approx 2,576$
 - b) Déterminer le réel a tel que $p(-a \leq X \leq a) = 0,95$. $a \approx 1,96$
 - c) Déterminer le réel a tel que $p(-a \leq X \leq a) = 0,90$. $a \approx 1,645$
 - d) Déterminer le réel a tel que $p(-a \leq X \leq a) = 0,70$. $a \approx 1,036$
- 2. Soit Y une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(20, 2)$.
 - a) Déterminer le réel a tel que $p(20 - a \leq Y \leq 20 + a) = 0,99$. $a \approx 5,152$
 - b) Déterminer le réel a tel que $p(20 - a \leq Y \leq 20 + a) = 0,95$. $a \approx 3,92$
 - c) Déterminer le réel a tel que $p(20 - a \leq Y \leq 20 + a) = 0,90$. $a \approx 3,230$
 - d) Déterminer le réel a tel que $p(20 - a \leq Y \leq 20 + a) = 0,70$. $a \approx 2,073$

Exercice 2: La machine à bouchons, bis mai, 1996

Une machine fabrique plusieurs milliers de bouchons cylindriques par jour. On admet que la variable aléatoire X qui, à chaque bouchon, associe son diamètre exprimé en millimètres, suit la loi normale de moyenne $m = 22$ mm et d'écart-type $\sigma = 0,025$ mm.

Les bouchons sont acceptables si leur diamètre appartient à l'intervalle $[21,95; 22,05]$.

Les trois questions de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

- 1. Quelle est la probabilité qu'un bouchon pris au hasard dans la production soit acceptable ?
- 2. Dans cette question, on considère que la probabilité qu'un bouchon soit défectueux est $p = 0,05$.
On prélève au hasard un échantillon de 80 bouchons (ce prélèvement est assimilé à un tirage de 80 bouchons avec remise). On nomme Y la variable aléatoire mesurant le nombre de bouchons défectueux d'un tel échantillon.
 - a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire Y ? Déterminer l'espérance mathématique de la variable Y .
 - b) On approche Y par une variable aléatoire Y_1 qui suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$. Quelle est la valeur du paramètre λ ?

Calculer la probabilité que l'échantillon prélevé contienne exactement 10 bouchons défectueux.
- 3. En vue du contrôle de réglage de la machine, on prélève régulièrement dans la production des échantillons de 100 bouchons.
On appelle $\bar{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 bouchons, associe le diamètre moyen des bouchons de cet échantillon.
Lorsque la machine est bien réglée, $\bar{X}$ suit la loi normale de paramètres m et $\sigma' = \sigma/\sqrt{100}$ (on rappelle que $m = 22$ et $\sigma = 0,025$).
 - a) Déterminer le réel a tel que $P(22 - a \leq \bar{X} \leq 22 + a) = 0,95$.
- b) Sur un échantillon de 100 bouchons, on a les résultats suivants (les mesures des diamètres étant réparties en classe d'amplitude 0,02 mm) :

21,94
21,96
⋮

Classes de diamètres	effectif correspondant
[21,93; 21,95[	3
[21,95; 21,97[	7
[21,97; 21,99[	27
[21,99; 22,01[	30
[22,01; 22,03[	24
[22,03; 22,05[	7
[22,05; 22,07[	2

En supposant que tous les bouchons d'une classe ont pour diamètre la valeur centrale de cette classe, donner la moyenne et l'écart-type de cette série (aucune justification demandée; résultats arrondis à l'ordre 10^{-4}).

En utilisant la question précédente, peut-on accepter au seuil de risque 5%, l'hypothèse selon laquelle la machine est bien réglée ?

1) $P(21,95 \leq X \leq 22,05) \approx 0,95$
avec $X \sim \mathcal{N}(22; 0,025)$

2) a) * Bernoulli: On prélève 1 bouchon on regarde s'il est défectueux (succès)
 $P(\text{succès}) = 0,05$

On répète 80 fois cette expérience de manière indépendante (tirage avec remise)

Y compte le nombre de succès

donc $Y \sim \mathcal{B}(80; 0,05)$

* $E(Y) = n \times p = 80 \times 0,05 = 4$

b) $Y_1 \sim \mathcal{P}(\lambda)$ avec $\lambda = n \times p = 4$
 $P(Y_1 = 10) \approx 0,005 \approx 10^{-3}$

3) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = \mathcal{N}(m; 0,0025)$

a) $P(22 - a \leq \bar{X} \leq 22 + a) = 0,95$ on suppose $m = 22$. (H_0)
 $a \approx 0,0049$ on pose $I = [21,9951; 22,0049]$. (zone de confiance)

b) $\bar{x} \approx 21,9988 \in I$ on en conclut que la machine est bien réglée au seuil de risque de 5%.

Une fabrique de desserts glacés dispose d'une chaîne automatisée pour remplir et emballer des cônes de glace.

- Partie A -

Chaque cône est rempli avec de la glace à la vanille. On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque cône, associe la masse (exprimée en grammes) de glace qu'il contient. On suppose que X suit la loi normale de paramètres $m = 100$ et σ .

1. Dans cette question $\sigma = 2\sqrt{2}$.

On choisit au hasard un cône rempli de glace. Calculer, à 10^{-2} près, la probabilité que la masse qu'il contient soit comprise entre 95 g et 105 g.

2. Un cône est considéré comme « bon » lorsque la masse de glace qu'il contient appartient à l'intervalle [95; 105]. Déterminer la valeur du paramètre σ telle que la probabilité de l'événement « le cône est bon » soit égale à 0,95 (on donnera le résultat avec deux décimales).

- Partie B -

Les cônes de glace sont emballés individuellement puis conditionnés en lots de 2000 pour la vente en gros.

On considère que la probabilité qu'un cône présente un défaut quelconque avant son conditionnement en gros est égale à 0,0005.

On nomme Z la variable aléatoire qui, à chaque lot de 2000 cônes prélevés au hasard dans la production, associe le nombre de cônes défectueux présents dans le lot.

1. Quelle est la loi suivie par Z ?

2. On admet que la loi de Z peut être approchée par une loi de Poisson.

a) Déterminer le paramètre de cette loi.

b) Si un client reçoit un lot contenant au moins 5 cônes défectueux, l'entreprise procède alors à un échange de ce lot.

Calculer la probabilité qu'un lot soit échangé.

$$\textcircled{A} 1) P(95 \leq X \leq 105) \approx 0,92$$

$$X \sim \mathcal{N}(100; 2\sqrt{2})$$

$$2) \sigma? \text{ tel que } P(95 \leq X \leq 105) \approx 0,95$$

$$\text{Méth. 1: dichotomie. } \sigma \approx 2,55$$

$$\text{Méth. 2: } P(m - \sigma \leq X \leq m + \sigma) = 0,95$$

$$P(m - 2\sigma \leq X \leq m + 2\sigma) = 0,95$$

$$P(100 - 2\sigma \leq X \leq 100 + 2\sigma) = 0,95$$

$$2\sigma \approx 5$$

$$\sigma \approx 2,5 \dots$$

$$\text{Méth. 3: Changement de variable on pose } T = \frac{X - m}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$P\left(\frac{95 - 100}{\sigma} \leq T \leq \frac{105 - 100}{\sigma}\right) = P\left(\frac{-5}{\sigma} \leq T \leq \frac{5}{\sigma}\right) = 0,95$$

$$\frac{5}{\sigma} \approx 1,96 \Rightarrow \sigma = \frac{5}{1,96} \approx 2,55$$

$$\textcircled{B} 1) Z \sim \mathcal{B}(2000; 0,0005)$$

$$2) a) \lambda = m \times p = 2000 \times 0,0005 = 1$$

$$b) 1 - P(Z \geq 5) \approx 0,9963 \quad \text{à } 10^{-4} \text{ près.}$$

Exercice 4 : Des tiges métalliques... , bts mai, session 2004

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Une entreprise fabrique, en grande quantité, des tiges métalliques cylindriques pour l'industrie. Leur longueur et leur diamètre sont exprimés en millimètres.

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-2}

A - Loi normale.

Une tige de ce type est considérée comme conforme pour la longueur lorsque celle-ci appartient à l'intervalle [99,45; 100,55].

On note X la variable aléatoire qui, à chaque tige prélevée au hasard dans la production, associe sa longueur.

On suppose que X suit une loi normale de moyenne 100 et d'écart-type 0,25.

1. Calculer la probabilité qu'une tige prélevée au hasard dans la production soit conforme pour la longueur.

2. Déterminer le nombre réel h positif tel que :

$$p(100 - h \leq X \leq 100 + h) = 0,95.$$

Interpréter le résultat à l'aide d'une phrase.

B - Loi binomiale et loi de Poisson.

Dans un lot de ce type de tiges, 3% des tiges ne sont pas conformes pour la longueur. On prélève au hasard 50 tiges de ce lot pour vérification de la longueur. Le lot est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 tiges.

On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement de 50 tiges, associe le nombre de tiges non conformes pour la longueur.

1. Justifier que la variable aléatoire Y suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

$$\textcircled{B} 1) \text{ Bernoulli : On prélève une tige on regarde si elle est non conforme (succès)}$$

$$P(\text{succès}) = p = 0,03$$

On répète 50 fois cette épreuve de manière indépendante, (tirage avec remise)

$$Y \text{ compte le nombre de succès donc } Y \sim \mathcal{B}(50; 0,03)$$

$$\textcircled{A} 1) X \sim \mathcal{N}(100; 0,25)$$

$$P(99,45 \leq X \leq 100,55) \approx 0,97$$

$$2) P(100 - h \leq X \leq 100 + h) = 0,95$$

$$h \approx 0,49 \quad \text{à } 10^{-2}$$

il y a 95% de chance qu'une tige

ait une longueur appartenant à [99,45; 100,55]

- Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux tiges ne soient pas conformes pour la longueur.
- On considère que la loi suivie par Y peut-être approchée par une loi de Poisson. Déterminer le paramètre λ de cette loi de Poisson.
- On désigne par Z une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ où λ a la valeur obtenue au 4. Calculer $p(Z=2)$ et $p(Z \leq 2)$.

C - Intervalle de confiance.

Dans cette question, on s'intéresse au diamètre des tiges, exprimé en millimètres.

On prélève au hasard et avec remise un échantillon de 50 tiges dans la production d'une journée.

Soit $\bar{D}$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 50 tiges prélevées au hasard et avec remise dans la production d'une journée, associe la moyenne des diamètres des tiges de cet échantillon.

On suppose que $\bar{D}$ suit une loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart-type $\sigma/\sqrt{50}$ avec $\sigma = 0,19$.

Pour l'échantillon prélevé, la moyenne obtenue, arrondie à 10^{-2} , est $\bar{x} = 9,99$.

- À partir des informations portant sur cet échantillon, donner une estimation ponctuelle de la moyenne μ des tiges produites dans cette journée.
- Déterminer un intervalle de confiance centré sur $\bar{x}$ de la moyenne μ des diamètres des tiges produites pendant la journée considérée, avec le coefficient de confiance de 95%.
- On considère l'affirmation suivante : « la moyenne μ est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenue à la question 2. ». Est-elle vraie ? (on ne demande pas de justification.)

$$1. P(Y \leq 2) \approx 0,81$$

$$3) \lambda = 50 \times 0,03 = 1,5$$

$$4) P(Z=2) \approx 0,25$$

$$P(Z \leq 2) \approx 0,81$$

$$c) \mu \approx \bar{x} = 9,99 \text{ est une estimation ponctuelle}$$

2)

$$\left[\bar{x} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ avec } t \text{ tel que}$$

$$P(-t \leq T \leq t) = 0,95 \\ T \sim \mathcal{N}(0,1) \\ t \approx 1,96$$

$$\text{donc } I = \left[9,99 - 1,96 \times \frac{0,19}{\sqrt{50}} ; 9,99 + 1,96 \times \frac{0,19}{\sqrt{50}} \right] \\ = [9,94 ; 10,04]$$

2) Non, elle y est avec la probabilité de 95%.

Ex 5: $D \sim \mathcal{N}(m; \sigma)$

1) a)	mesures	4,1	4,3	4,5	4,7	4,9
	effectif.	6	24	41	25	4

$$d \approx 4,49 \quad (m_e)$$

$$s \approx 0,19 \quad (s_e) \Rightarrow \text{l'estimation ponctuelle de } \sigma \approx s \times \sqrt{\frac{n}{n-1}} = 0,19 \times \sqrt{\frac{100}{99}} \\ \sigma \approx 0,19$$

$$b) \bar{D} \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}\left(m; \frac{0,19}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}(m; 0,019)$$

$$I = \left[d - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; d + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ avec } t \text{ tel que } P(-t \leq T \leq t) = 0,95 \\ \text{avec } T \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$I = \left[4,49 - 1,96 \times \frac{0,19}{\sqrt{100}} ; 4,49 + 1,96 \times \frac{0,19}{\sqrt{100}} \right]$$

$$\text{donc } t \approx 1,96$$

$$I \approx [4,45 ; 4,53]$$

2) a) $K \sim \mathcal{B}(25; 0,05)$

Justification: Bernoulli: On prélève 1 pièce dans la production

on regarde si elle est inutilisable (succès) $P(\text{succès}) = p = 0,05$

On répète 25 fois cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise)

K compte le nombre de succès donc $K \sim \mathcal{B}(25; 0,05)$

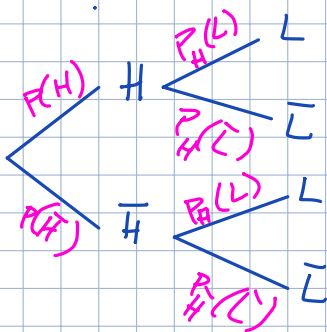
$$P(K \leq 1) \approx 0,642 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

b) $L \sim \mathcal{P}(10)$

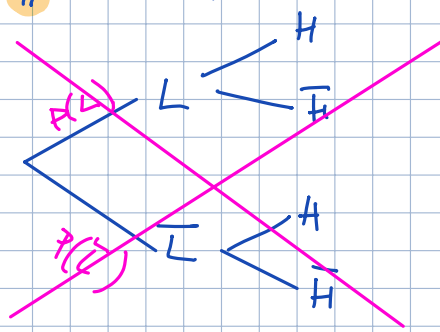
$$P(L \leq 15) \approx 0,951 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

BTS 2019

① $\vee P(H) = 0,98$

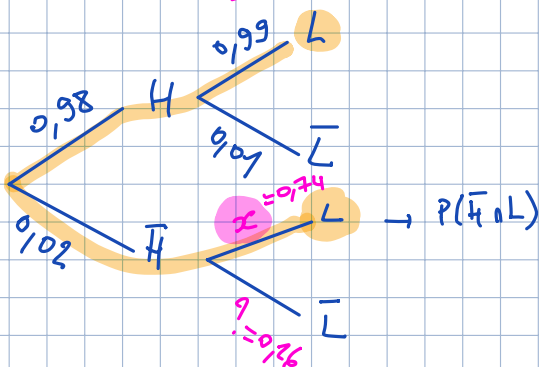


$P_H(L) = 0,99$



$$P_H(L) = \frac{P(H \cap L)}{P(H)}$$

$$P(H \cap L) = P(H) \times P_H(L)$$



2) $E = H \cap L$

$$\begin{aligned} P(H \cap L) &= P(H) \times P_H(L) \\ &= 0,98 \times 0,99 \\ &= 0,9702 \end{aligned}$$

3) $P(L) = 0,985$ $P_H(L)$

$$\begin{aligned} P(L) &= P(H \cap L) + P(\bar{H} \cap L) \\ 0,985 &= 0,9702 + P(\bar{H} \cap L) \end{aligned}$$

$$P(\bar{H} \cap L) = 0,985 - 0,9702 = 0,0148$$

$$P(\bar{H} \cap L) = P(\bar{H}) \times P_{\bar{H}}(L)$$

$$\text{donc } P_{\bar{H}}(L) = 1 - P_H(L) = 1 - 0,74 = 0,26$$

$$\begin{aligned} P(L) &= 0,98 \times 0,99 + 0,02 \times x \\ 0,985 &= 0,98 \times 0,99 + 0,02 \times x \\ x &= \frac{0,985 - 0,98 \times 0,99}{0,02} = 0,74 \end{aligned}$$

$$\text{donc } P_{\bar{H}}(L) = \frac{P(\bar{H} \cap L)}{P(\bar{H})} = \frac{0,0148}{0,02} = 0,74$$

donc l'affirmation est vraie.

4) a) $N \sim \mathcal{B}(20; 0,9702)$

Bernoulli On prélève 1 pastille on regarde si ses dimensions externes sont conformes $P(\text{Succès}) = 0,9702$

On répète 20 fois cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise)

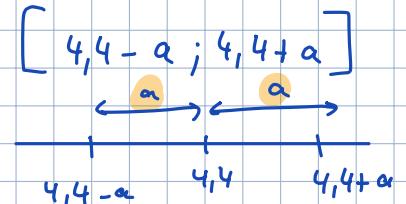
N compte le nombre de succès donc $N \sim \mathcal{B}(20; 0,9702)$

b) "au moins une est non conforme" $= \frac{1}{17} \cdot \frac{2}{18} \cdot \frac{3}{19} \cdots \frac{20}{39}$
 $= P(N \leq 19)$
 $\approx 0,454 \approx 10^{-3}$

⑤ $X \sim \mathcal{N}(4,4; 0,02)$

l'aine est conforme si l'épaisseur est dans l'intervalle $[4,4 - a; 4,4 + a]$

donc $[4,356; 4,444]$



$a = 1\% \text{ de } 4,4$
 $a = 0,044$

$P(X \in [4,356; 4,444])$

$= P(4,356 \leq X \leq 4,444)$

$\approx 0,972 \approx 10^{-3} \text{ près.}$

⑥ $L \sim \mathcal{N}(\mu; 0,001)$ $\bar{L} = 1,9997$

$\bar{L} \sim \mathcal{N}\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}\left(\mu; \frac{0,001}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}(\mu; 0,0001)$

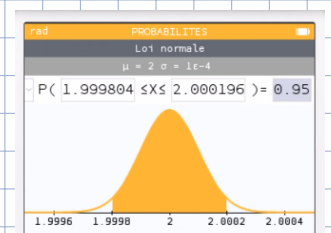
$H_0 = \mu = 2$

1) $H_1: \mu \neq 2$ test bilatéral

2) $I = [2 - h; 2 + h]$ tel que $P(\bar{L} \in I) = 0,95$

$P(2 - h \leq \bar{L} \leq 2 + h) = 0,95$ avec $\bar{L} \sim \mathcal{N}(2; 0,0001)$

$I = [1,9998; 2,0002]$



$\hookrightarrow$ car H_0 est supposé vraie.

3) On prélève un échantillon de 100 poutrelles, on calcule la moyenne des longueurs $\bar{l}$; si $\bar{l} \in I$ on valide H_0 sinon on valide H_1 au seuil de risque de 5%.

4) $\bar{l} = 1,9997 \notin [1,9998; 2,0002]$

on conclut que la scie est mal réglée au seuil de risque de 5%.

Exercice 2:

1) Bernoulli: On inspecte au hasard une pale d'éolienne et on regarde si elle nécessite une intervention (succès)

$$P(\text{"succès"}) = 1 - 0,982 = 0,018$$

On répète $70 \times 3 = 210$ fois cette expérience de manière indépendante
 X compte le nombre de succès

$$\text{donc } X \sim B(210; 0,018)$$

2) $P(X=0) \approx 0,0221 \approx 10^{-4}$

3) $P(X \leq 2) \approx 0,2695 \approx 10^{-4}$

4) $X \sim B(210; 0,018)$ $E(X) = n \times p = 210 \times 0,018 = 3,78$

5) a) $n = 210 > 30$ et $np(1-p) \approx 3,710 < 10$
 et $\lambda = 3,78$.

b) $P(X \leq 2) \approx 0,2721 \approx 10^{-4}$

il y a une différence avec $P(X \leq 2)$ de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3}$
 C'est ahérent!

② loi normale:

$$Y \sim \mathcal{N}(22, 0,025)$$

$$1 - P(21,94 \leq Y \leq 22,06) \approx 0,016 \approx 10^{-3}$$

③. $\bar{Y} \sim \mathcal{N}(m; 0,0025)$

$$P(22-h \leq \bar{Y} \leq 22+h) \text{ bilatéral}$$

1) $H_1: m \neq 22$

2) H_0 est supposée vraie: $m = 22 \Rightarrow \bar{Y} \sim \mathcal{N}(22; 0,0025)$

$$P(22-h \leq \bar{Y} \leq 22+h) = 0,95$$

$$\hookrightarrow 22,0049 \text{ donc } h \approx 0,0049$$

- 3) On prélève 100 pièces on calcule la moyenne des diamètres m_e
 si $m_e \in I = \left[\underset{22-h}{21,9951} ; \underset{22+h}{22,0049} \right]$ on valide H_0
 sinon on valide H_1 au seuil de risque de 5%.

4) a) d'après le diagramme : $m_e \leq 21,9988$

- b) $m_e \in I$ on valide H_0 , c'est à dire la machine est bien réglée
 au seuil de risque de 5%.

BTS 2017:

① $X \sim \mathcal{N}(63; 0,45)$

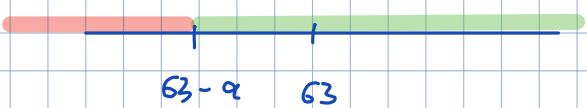
$P(X \geq 62) \cong 0,987 \approx 10^{-3}$

① $\Rightarrow P(X \geq 62) = 1 - P(X \leq 61) \leq 0,987$

① $\Rightarrow$ Normalfrep
 → lower 62
 → upper : 1E99

② i) $H_0 : "m = 63"$ $H_1 : "m < 63"$

2) a) $] -\infty ; 62,926[$ zone de rejet. $P(X \geq 63 - \alpha) = 0,95$



- 3) On prélève 100 demi-coques on calcule la moyenne m_e des moxes.
 si $m_e \geq 62,926$ on valide H_0 sinon on valide H_1 au seuil de 5%

4) $\frac{6294}{100} = 62,94 = m_e > 62,926$ on valide H_0 au seuil de 5%
 la moxe des demi-coques n'a pas brossé.

5) à 1% on a $P(X \geq 62,895) \leq 0,99$

$P(63 - \alpha \geq X) = 0,99$

la zone de rejet est $] -\infty ; 62,895[$.