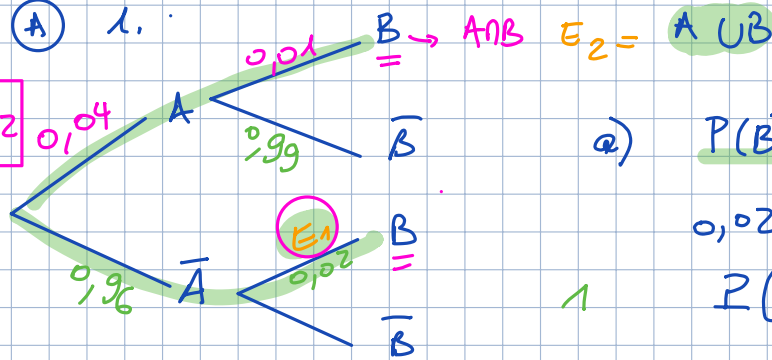


Correction CC-F. Blanc.

Ex1: (A) 1.



$$a) P(B) = 0,04 \times 0,01 + 0,96 \times P(E_1)$$

$$0,02 = 0,04 \times 0,01 + 0,96 \times P(E_1)$$

$$P(E_1) = \frac{0,02 - 0,04 \times 0,01}{0,96} \approx 0,02$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0,04 + 0,02 - 0,04 \times 0,01$$

$$\approx 0,06$$

2. a) Bernoulli: On choisit un jour au hasard et on regarde s'il y a eu un défaut d'approvisionnement. $p(\text{succès}) = 0,06$

Répétition: On répète cette épreuve de manière indépendante 100 fois - (tirage avec remise)

Compteur: X compte le nombre de succès.

$$X \sim B(100, 0,06)$$

$$1) b) P(X \leq 4) \approx 0,277 \times 10^{-3}$$

$$\textcircled{II} \text{ binom.freq}(100, 0.06, 4)$$

$$0,5) c) \lambda = n \times p = 100 \times 0,06 = 6$$

$$1) d) P(X \leq 4) \approx 0,285 \times 10^{-3} \text{ soit une différence de } 8 \cdot 10^{-3} \text{ c'est colossal.}$$

$$X \sim P(6)$$

$$\textcircled{B} 1) Y \sim N(1,5; 0,01)$$

$$0,5) P(1,47 \leq Y \leq 1,53) \approx 0,997 \times 10^{-3}$$

$$1) c) a) \bar{Z} \sim N(\mu; 0,001)$$

$$H_1: \mu \neq 1,5 \text{ (test bilatéral)}$$

$$1) b) h \text{ tel que } P(1,5-h \leq \bar{Z} \leq 1,5+h) = 0,95 \text{ et } H_0 \text{ vraie } \mu = 1,5$$

$$h \approx 0,002 \times 10^{-3}$$

1) c) On prélève un échantillon de 100 pastilles, on calcule les moyennes de leurs volumes (m_e)

si $m_e \in [1,498; 1,502]$ on valide H_0 sinon on valide H_1 au seuil de 5%.

1

d) si $me \approx 1,495$ on en conclut que la machine est mal réglée au seuil de 5% car $me \notin I$

Ex2: (A) $X \sim \mathcal{N}(291; 6)$

1

1) $P(279 \leq x \leq 303) \approx 0,955$ donc $P(\text{"non conforme"}) \approx 1 - 0,955 \approx 0,045 \approx 4,5 \cdot 10^{-2}$

2

2) On effectue le changement de variable:

$$T = \frac{X - 291}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

(TI)

1 - Normalcdf(279, 303, 291, 6) = 0,045

$\sigma < 6$

$$1 - P(279 \leq X \leq 303) = 0,01$$

$$P(279 \leq X \leq 303) = 0,99$$

$$P\left(\frac{-12}{\sigma} \leq T \leq \frac{12}{\sigma}\right) = 0,99$$

(TI) $1 - P(T \leq \frac{12}{\sigma}) = 0,99$

$$P(T \leq \frac{12}{\sigma}) = 0,995$$

$$\frac{12}{\sigma} \approx 2,5758$$

$$\sigma \approx \frac{12}{2,5758}$$

$$\sigma \approx 4,659 \text{ à } 10^{-3}$$

distribuit

si $\sigma = 5 \rightarrow 0,0164$

si $\sigma = 4,5 \rightarrow 0,0766$

si $\sigma = 4,6 \rightarrow 0,0909$

si $\sigma = 4,65 \rightarrow 0,0986$

si $\sigma = 4,70 \rightarrow 0,0107$

si $\sigma = 4,658 \rightarrow 0,0999$

si $\sigma = 4,659 \rightarrow 0,0100$

(B) 1) Bernoulli: On prélève 1 voiture et on regarde si elle est ^{non} conforme - (succès)
 $P(\text{succès}) = 0,04$

Répétitions: On répète cette épreuve 75 fois de manière indépendante

1,5

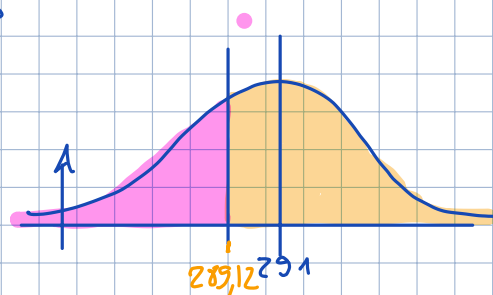
Compteur: Y compte le nombre de succès donc $Y \sim \mathcal{B}(75; 0,04)$

$$P(Y=0) \approx 0,047 \text{ à } 10^{-3}$$

2) $\lambda = 75 \times 0,04 = 3$

1,5

$$P(Y \leq 2) \approx 0,423 \text{ à } 10^{-3}$$



(C) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(\mu; 1)$

1

1) si $\mu = 291$ alors $P(X > 291 - h) = 0,97$ donc $h \approx 1,88 \text{ à } 10^{-2}$

1

2) On prélève 36 véhicules on calcule la moyenne de leurs autonomies (me)

si $me \in I = [289,12; +\infty[$ on valide H_0 sinon on valide H_1 au seuil de 3%

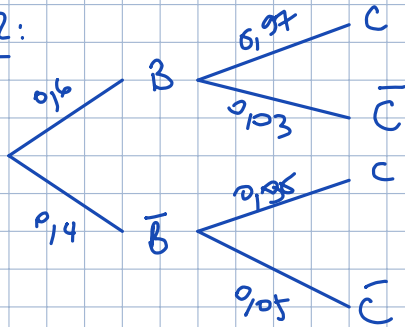
2

3) ici $me \approx 284,67 \notin I$, on en déduit que les batteries modifiées ne permettent pas une autonomie de 291 km au seuil de 3%

Partie 1: $X \sim \mathcal{N}(11,5; 0,53)$

$$P(X \geq 10,5) \approx 0,97 \text{ à } 10^{-3}$$

Partie 2:



$$1) P(\bar{C}) = 0,6 \times 0,03 + 0,4 \times 0,05 = 0,038$$

2) Bernoulli: On prélève une batterie, on regarde si elle est conforme (succès)

$$P(\text{succès}) = p = 0,038$$

Répétition: On répète cette épreuve $n=60$ fois de manière indépendante (tirage avec remise)

Compteur: Y compte le nombre de succès.

$$Y \sim \mathcal{B}(60; 0,038)$$

$$b) P(Y=2) \approx 0,270 \text{ à } 10^{-3}.$$

$$c) P(Y > 4) = P(Y \geq 5) \approx 0,078 \text{ à } 10^{-3}.$$

$$d) E(Y) = n \times p = 60 \times 0,038 = 2,28.$$

Sur un grand nombre de lots il y aura en moyenne 2,28 batteries défectueuses.

Partie 3:

$$1) H_0: \mu = 11,5$$

$$2) H_0 \text{ vraie} \Rightarrow X \sim \mathcal{N}(11,5; 0,053)$$

$$P(X \geq a) = 0,95$$

$$a \approx 11,413$$

$$3) I = [11,413; +\infty[$$

On prélève 100 batteries, on calcule la moyenne ($\bar{m}$) de leurs autonomies. Si $\bar{m} \in I$ on valide H_0 , sinon on valide H_1 au seuil de risque de 5%.

4) $11,4 \notin I$ on valide H_1 , l'autonomie a baissé au seuil de risque de 5%.

$$5) \text{ avec } \alpha = 1\%: \text{ on a } a \approx 11,377 \text{ donc } I = [11,377; +\infty[$$

dans ce cas on valide $H_0: \mu = 11,5$ au seuil de risque de 1%.

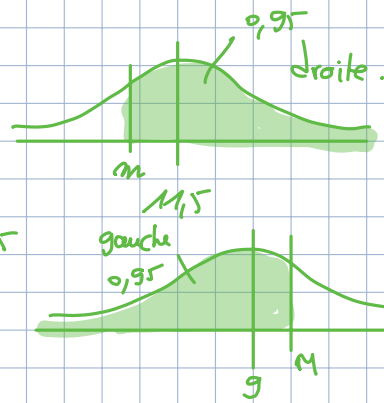
Test unilatéral:

batterie. $P(X \geq m) = 0,95$

$$\mu = 11,5$$

tige dans "logement" $P(X \leq 11) = 0,95$

$$\mu = 9$$



BTS 2017:

Partie 1: 1) Bernoulli: On prélève 1 carreau, on regarde s'il est défectueux (Succès)

$$P(\text{Succès}) = p = 0,03$$

Répétition: On répète 100 fois cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise)
 $n = 100$

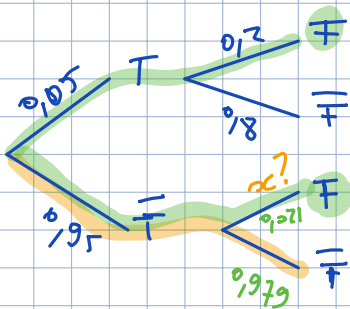
Compteur: X compte le nombre de succès

$$\text{donc } X \sim \mathcal{B}(100; 0,03)$$

$$a) P(X=2) \approx 0,225 \approx 10^{-3}$$

$$b) P(X \leq 8) \approx 0,997 \approx 10^{-3}$$

Partie 2:



$$P(F) = 0,03$$

$$P(\bar{F} \cap \bar{F})$$

$$0,03 = P(F) = 0,05 \times 0,2 + 0,95 \times x$$

$$x = \frac{0,03 - 0,05 \times 0,2}{0,95}$$

$$x \approx 0,021 \approx 10^{-3}$$

$$P(\bar{F} \cap \bar{F}) = 0,95 \times 0,979 \approx 0,93 \approx 10^{-3}$$

Partie 3: $G \sim \mathcal{N}(m; \sigma)$

$$1) G \sim \mathcal{N}(14,5; 2) \quad P(10 \leq G \leq 19) \approx 0,976 \approx 10^{-3}$$

$$2) P(10 \leq G \leq 19) = 0,99$$

$$T = \frac{G - 14,5}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0; 1) \quad P\left(\frac{10 - 14,5}{\sigma} \leq \frac{G - 14,5}{\sigma} \leq \frac{19 - 14,5}{\sigma}\right) = 0,99$$

$$P\left(-\frac{4,5}{\sigma} \leq T \leq \frac{4,5}{\sigma}\right) = 0,99$$

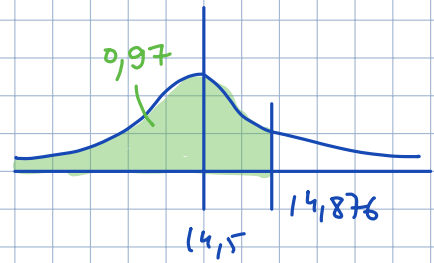
$$\frac{4,5}{\sigma} \approx 2,576 \approx 10^{-3} \quad \text{donc } \sigma \leq \frac{4,5}{2,576}$$
$$\sigma \leq 1,7 \approx 10^{-1}$$

3) a) $H_0 : \mu = 14,5$

b) H_0 vraie: $\bar{G} \sim \mathcal{N}(14,5; 0,2)$

$P(\bar{G} \leq a) = 0,97$

$a \approx 14,876 \approx 10^{-3}$



c) $I =]-\infty; 14,876]$

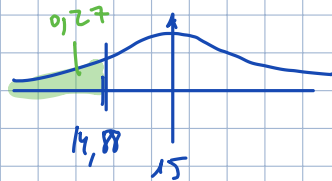
On prélève des copeaux on calcule la moyenne de l'angle moyen d'inclinaison (m_e)

si $m_e \in I$ on valide H_0 sinon on valide H_1 au seuil de risque de 3%.

d) $m_e \approx 14,75 \in I$, on valide H_0 la nouvelle finition améliore la résistance au glissement.

e) $\bar{G} \sim \mathcal{N}(15; 0,2)$

$P(\bar{G} < 14,88) \approx 0,27$?



BTS 2013

$X \sim \mathcal{N}(825; 32,6)$

① 1) $P(750 \leq X \leq 900) \approx 0,979 \approx 10^{-3}$

② 1) Bernoulli: On prélève 1 paquet de farine et on regarde s'il est non conforme (succès): $P(\text{succès}) = p = 0,02$

Répétition: On répète cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise) 50 fois ($n=50$)

Compteur: Y compte le nombre de succès
 $Y \sim \mathcal{B}(50; 0,02)$

2) $P(Y \leq 1) \approx 0,736 \approx 10^{-3}$

3) a) $Y \sim \mathcal{P}(\lambda)$ avec $\lambda = n \times p = 50 \times 0,02 = 1$

b) $P(Y \leq 3) \approx 0,981 \approx 10^{-3}$

③

1. $H_1: \mu \neq 825$

2. $P(825 - h \leq \bar{X} \leq 825 + h) = 0,95$

$$h \approx 9,016 \approx 10^{-3}$$

3. $I = [815,984 ; 834,016]$

On prélève 50 paquets de farine et on calcule la moyenne de
leurs masses - m_e

si $m_e \in I$ on valide H_0 sinon on valide H_1
au seuil de risque de 5%

4. $m_e = 860 \text{ g} \notin I$ donc on valide H_1 au seuil de 5%.