

## Chapitre 9 : Tests d'hypothèses

2 types de tests: bilatéral et unilatéral

Protocole :

① Construction du test:

Etape 1: Déterminer la variable de décision et ses paramètres.

Etape 2: Choix des hypothèses :

→  $H_0$  : hypothèse nulle

→  $H_1$  : hypothèse alternative

Etape 3: On considère l'hypothèse nulle comme vraie, compte tenu de l'hypothèse alternative on détermine la zone critique selon le niveau de risque  $\alpha$  donné

Etape 4: Rédiger la règle de décision

② Utilisation du test

Etape 5: On prélève un échantillon, on calcule ses caractéristiques et on applique la règle de décision.

Test bilatéral : relatif à une moyenne.

Exemple: Une machine produit des rondelles dont l'épaisseur est une variable aléatoire  $X$  d'écart-type  $0,3 \text{ mm}$ .

La machine est réglée pour obtenir des épaisseurs de  $5 \text{ mm}$ .

Un contrôle portant sur un échantillon de  $100$  rondelles a donné  $5,07 \text{ mm}$  d'épaisseur moyenne.

Peut-on affirmer que la machine est bien réglée au seuil de risque de  $5\%$ ?

Etape 1: Choix de la variable de décision.

Soit  $m$  l'espérance mathématique de  $X$ . (la moyenne des épaisseurs avec le réglage actuel)

Soit  $M$ , la variable aléatoire qui à chaque échantillon de  $100$  rondelles.

associe sa moyenne

D'après la loi d'échantillonnage :

$$M \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}\left(m; \frac{0,3}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}(m; 0,03)$$

C'est notre variable de décision.

Etape 2: Choix des hypothèses.

On estime que la machine est bien réglée si

$$m = 5 \text{ mm}.$$

C'est notre hypothèse nulle  $H_0: m = 5 \text{ mm}$

C'est un test bilatéral donc l'hypothèse alternative est

$$H_1: m \neq 5 \text{ mm}$$

Test unilatéral : relatif à une moyenne.

Exemple: la durée de vie (en heures) des ampoules électriques produit dans une usine est une variable aléatoire  $X$  d'écart-type  $120 \text{ h}$ . Le fabricant annonce une durée de vie de  $1120 \text{ h}$ .

Un particulier a testé  $36$  ampoules et a constaté une moyenne de durée de vie de  $1088 \text{ h}$ .

Peut-on affirmer que le fabricant a menti en prenant un risque de  $5\%$ ?

Etape 1: Choix de la variable de décision.

Soit  $m$  l'espérance l'espérance mathématique de  $X$ . Considérons  $M$  la variable aléatoire qui à chaque échantillon de  $36$  ampoules associe la moyenne des durées de vie.

D'après la loi d'échantillonnage :

$$M \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}\left(m; \frac{120}{\sqrt{36}}\right)$$

$$M \sim \mathcal{N}(m; 20)$$

C'est notre variable de décision.

Etape 2: Choix des hypothèses.

On estime que si le fabricant n'a pas menti :

$$m = 1120 \text{ h}$$

$$\text{Donc } H_0: m = 1120 \text{ h}$$

C'est un test unilatéral donc l'hypothèse alternative est :

$$H_1: m < 1120 \text{ h}.$$

### Etape 3: Zone critique et Zone de confiance

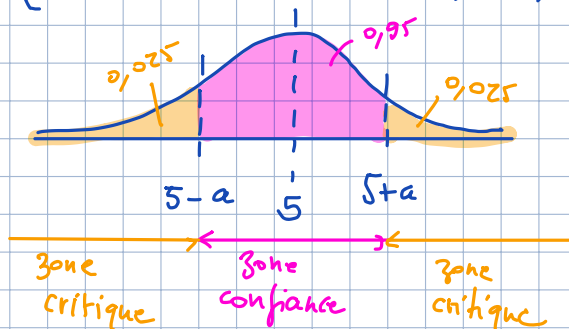
On suppose que  $H_0$  est vraie donc  $m = 5 \text{ mm}$

donc  $M \sim \mathcal{N}(5; 0,03)$

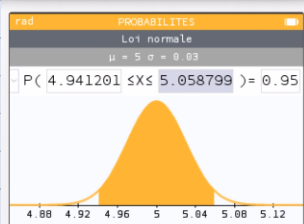
le seuil de risque  $\alpha = 5\%$

On cherche  $a$  tel que

$$P(5-a \leq M \leq 5+a) = 0,95$$



#### A la calculatrice:



on trouve:

$$5+a \approx 5,059 \text{ à } 10^{-3}$$

$$\text{donc } a \approx 0,059$$

(TI) invnormale(0,95; 5; 0,03)

On pose  $I = [4,941; 5,059]$  (zone de confiance)

### Etape 4: Enoncé de la règle de décision.

On prélève un échantillon de 100 rondelles  
on calcule la moyenne  $m_e$  des épaisseurs  
de l'échantillon:

Si  $m_e \in I$  on valide  $H_0$   
( $m = 5 \text{ mm}$ )

Sinon on valide  $H_1$  ( $m \neq 5 \text{ mm}$ )

### Etape 5: Application.

On a un échantillon dont la moyenne est  
 $m_e = 5,07 \text{ mm}$

### Etape 3: Zone critique et zone de confiance

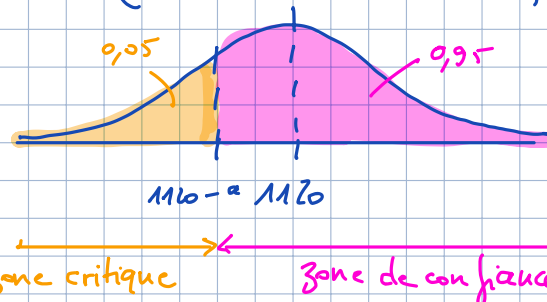
On suppose que  $H_0$  est vraie donc  $m = 1120 \text{ h}$

donc  $M \sim \mathcal{N}(1120; 20)$

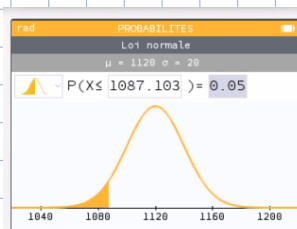
le seuil de risque  $\alpha = 5\%$

On cherche  $a$  tel que

$$P(M < 1120-a) = 0,05$$



#### A la calculatrice:



on trouve

$$1120-a \approx 1087 \text{ h} \text{ à l'h près.}$$

$$a \approx 33 \text{ h.}$$

On pose  $I = [1087; +\infty[$  (zone de confiance)

### Etape 4: Enoncé de la règle de décision.

On prélève 36 ampoules, on calcule  
la moyenne de leur durée de vie ( $m_e$ )  
si  $m_e \in I$  on valide  $H_0$  ( $m = 1120 \text{ h}$ )  
Sinon on valide  $H_1$  ( $m < 1120 \text{ h}$ )

### Etape 5: Application.

On a un échantillon avec  $m_e = 1088 \text{ h}$

ici  $m_e \notin I$ , on valide  $H_0$

on conclut que le fabricant n'a pas  
menti au seuil de risque de 5%.

on  $5,07 \notin [4,941; 5,059]$   
 on en conclut que la machine n'est  
 pas bien réglée au seuil de risque  
 de 5%.

?

Ex 2: 1)  $X \sim \mathcal{N}(22; 0,025)$   
 $P(21,95 \leq X \leq 22,05) \approx 0,954 \approx 10^{-3}$ .

2) a) Bernoulli: On prélève un bouchon et on regarde s'il est défectueux (Succès)  
 $P(\text{Succès}) = p = 0,05$ .

On répète 80 fois cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise)  
 $n = 80$

$Y$  est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Donc  $Y \sim \mathcal{B}(80; 0,05)$  l'espérance de  $Y$  est  $E(Y) = n \times p = 80 \times 0,05$

b)  $\lambda = n \times p = 4$ .

$P(Y = 10) \approx 0,005 \approx 10^{-3}$  près.

3)  $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \mathcal{N}\left(m; \frac{0,025}{10}\right) = \mathcal{N}(m; 0,0025)$

a)  $P(22 - a \leq \bar{X} \leq 22 + a) = 0,95$  donc  $a \approx 0,0049 \approx 10^{-4}$

(T1) inv normale :  $a \approx 0,95$  |  $22 + a \approx 22,0049$   
 $\mu = 22$   
 $\sigma = 0,0025$   
 centrée |  $a \approx 0,0049 \approx 10^{-4}$

b)  $\bar{x} \approx 21,9988 \approx 10^{-4}$

d'après ce qui précède la zone de confiance au seuil de risque

de 5% est  $I = [22 - 0,0049; 22 + 0,0049] = [21,9951; 22,0049]$

$\bar{x} \approx 21,9988 \notin I$ , selon le test d'hypothèse

on en déduit que  $H_0$  est vraie ( $m = 22 \text{ mm}$ ) au seuil de  
 risque de 5%, la machine est bien réglée.



Ex3: Partie A:  $X \sim \mathcal{N}(100; \sigma)$

1)  $\sigma = 2\sqrt{2}$

$$P(95 \leq X \leq 105) \approx 0,92 \text{ à } 10^{-2}$$

2)  $P(95 \leq X \leq 105) = 0,95$

$\sigma$ ?

Propriété:  $X \sim \mathcal{N}(m; \sigma)$

$$P(m - \sigma \leq X \leq m + \sigma) \approx 0,68$$

$$P(m - 2\sigma \leq X \leq m + 2\sigma) \approx 0,95$$

$$P(m - 3\sigma \leq X \leq m + 3\sigma) \approx 0,997$$

1<sup>er</sup> Méthode:  $P(m - 2\sigma \leq X \leq m + 2\sigma) \approx 0,95$

$$P(100 - 2\sigma \leq X \leq 100 + 2\sigma) \approx 0,95$$

énoncé  $\rightarrow P(95 \leq X \leq 105) = 0,95$

$$2\sigma \approx 5$$

$$\sigma \approx 2,5 \text{ par dichotomie } \sigma \approx 2,5 \text{ à } 10^{-2}$$

2<sup>em</sup> Méthode:

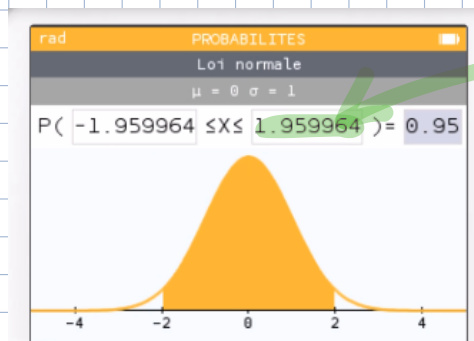
Changement de variable: on pose  $T = \frac{X - 100}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0; 1)$

$X \sim \mathcal{N}(100; \sigma)$

$$P(95 \leq X \leq 105) = 0,95$$

$$P\left(\frac{95 - 100}{\sigma} \leq \frac{X - 100}{\sigma} \leq \frac{105 - 100}{\sigma}\right) = 0,95$$

$$P\left(\frac{-5}{\sigma} \leq T \leq \frac{5}{\sigma}\right) = 0,95 \text{ avec } T \sim \mathcal{N}(0; 1)$$



$$\frac{5}{\sigma} \approx 1,96$$

$$\sigma \approx \frac{5}{1,96}$$

$$\sigma \approx 2,551 \text{ à } 10^{-3}$$

Partie B: 1) Bernoulli: on prélève un cône et on regarde s'il est défectueux (succès)

$$P(\text{Succès}) = p = 0,0005$$

On répète 2000 fois ( $n = 2000$ ) cette épreuve de manière indépendante

$Z$  compte le nombre de succès donc  $Z \sim \mathcal{B}(2000; 0,0005)$

2. a)  $\lambda = n \times p = 2000 \times 0,0005 = \textcircled{1}$

b)  $P(Z < 5) = P(Z \leq 4) \approx 0,9996 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$

Ex 4:

Ⓐ 1)  $X \sim \mathcal{N}(100; 0,25)$

$$P(99,45 \leq X \leq 100,55) \approx 0,97$$

2)  $P(100 - h \leq X \leq 100 + h) = 0,95$

$$h \approx 0,49$$

la probabilité qu'une tige ait une longueur comprise entre  $[99,51; 100,49]$  est de 95%.

Ⓑ 1) Bernoulli: On prélève une tige et on regarde si elle est non conforme (succès)

$$P(\text{Succès}) = 0,03 = p.$$

On répète cette épreuve de manière indépendante 50 fois ( $n = 50$ )

le tirage est assimilé à un tirage avec remise.

$Y$  compte le nombre de succès donc  $Y \sim \mathcal{B}(50; 0,03)$

2)  $P(Y \leq 2) \approx 0,81$

3)  $\lambda = n \times p = 50 \times 0,03 = 1,5$

4)  $P(Z = 2) \approx 0,25.$

$$P(Z \leq 2) \approx 0,81$$

$$c) \quad \bar{D} \sim \mathcal{N}\left(\mu; \frac{0,19}{\sqrt{50}}\right) \quad \bar{x} \approx 9,99$$

$$1) \quad \mu \approx \bar{x} = 9,99$$

$$2) \quad \begin{aligned} I &= \left[ \bar{x} - t \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \quad t \text{ tel que:} \\ &= \left[ 9,99 - 1,96 \times \frac{0,19}{\sqrt{50}}; 9,99 + 1,96 \times \frac{0,19}{\sqrt{50}} \right] \quad \begin{aligned} P(-t \leq T \leq t) &= 0,95 \\ \text{avec } T &\sim \mathcal{N}(0,1) \\ \text{donc } t &\approx 1,96 \end{aligned} \\ &\approx [9,94; 10,04] \end{aligned}$$

3) Non elle l'est avec une probabilité de 95%.

Ex5: 1) a)  $d \approx 4,49$        $\sigma \approx 0,19$

$$\sigma \text{ est estimé par } s \times \sqrt{\frac{n}{n-1}} = 0,19 \sqrt{\frac{100}{99}} \approx 0,19$$

$$b) \quad \bar{D} \sim \mathcal{N}\left(m; \frac{0,19}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}\left(m; 0,019\right)$$

si le seuil de confiance est 0,95 alors  $t \approx 1,96$  (voir exercice précédent)

$$\begin{aligned} I &= \left[ 4,49 - 1,96 \times \frac{0,19}{10}; 4,49 + 1,96 \times \frac{0,19}{10} \right] \\ &= [4,45; 4,53] \end{aligned}$$

$$2) a) \quad K \sim \mathcal{B}(25; 0,05)$$

$$P(K \leq 1) \approx 0,542$$

$$b) \quad P(L \leq 15) \approx 0,951$$

EX6: 1)  $X_n \sim \mathcal{N}(90; 0,17)$   $P(89,6 \leq X_n \leq 90,4) \approx 0,98$

④ 2)  $\sigma_n$ ?  $D \sim \mathcal{N}(90; \sigma_n)$   $P(89,6 \leq D \leq 90,4) \approx 0,99$

Méthode 1: Par dichotomie -

Méthode 2: Changement de variable

on pose  $T = \frac{D - m}{\sigma_n} = \frac{D - 90}{\sigma_n} \sim \mathcal{N}(0; 1)$

$P(89,6 \leq D \leq 90,4) \approx 0,99$

$P\left(\frac{89,6 - 90}{\sigma_n} \leq \frac{D - 90}{\sigma_n} \leq \frac{90,4 - 90}{\sigma_n}\right) \approx 0,99$

$P\left(\frac{-0,4}{\sigma_n} \leq T \leq \frac{0,4}{\sigma_n}\right) \approx 0,99$   $T \sim \mathcal{N}(0; 1)$

$\frac{0,4}{\sigma_n} \approx 2,576$

$\sigma_n \approx \frac{0,4}{2,576}$

$\sigma_n \approx 0,16 \approx 10^{-2}$

⑤ 1)  $Y_n \sim \mathcal{B}(4; 0,02)$

Bernoulli: On prélève 1 rondelle et on regarde si elle est défectueuse (Succès)

$P(\text{Succès}) = 0,02$

On répète 4 fois cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise)

$Y_n$  compte le nombre de succès donc  $Y_n \sim \mathcal{B}(4; 0,02)$

2)  $P(Y_n = 0) \approx 0,922 \approx 10^{-3}$

3)  $P(Y_n \leq 1) \approx 0,998 \approx 10^{-3}$

⑥ 1)  $Y_2 \sim \mathcal{B}(1000; 0,02)$   $Z \sim \mathcal{N}(20; 4,43)$

$m = E(Y_2) = n \times p = 1000 \times 0,02 = 20$

$\sigma = \sigma(Y_2) = \sqrt{n p (1-p)} = \sqrt{1000 \times 0,02 \times 0,98} \approx 4,43 \approx 10^{-2}$

$$d) P(Z \leq 15) \approx 0,130 \approx 10^{-3}$$

$$\textcircled{D} 1) \bar{X}_2 \sim \mathcal{N}\left(\mu; \frac{0,17}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}(\mu; 0,017)$$

On prélève 100 rondelles on mesure les diamètres et on calcule le diamètre moyen  $\bar{x}_e$  de l'échantillon.

si  $\bar{x}_e \in I = [89,967; 90,033]$  on valide  $H_0$   
 sinon on valide  $H_1$  au seuil de risque de 5%

$$d) \bar{x} = 90,02 \in I \text{ donc on valide } H_0 : \mu = 90$$

Au seuil de risque de 5% on conclut que la livraison est conforme.

Ex7: intervalle de confiance:  $\left[ \bar{m} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{m} + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$

$$1) \bar{m} \approx 3000 \quad \sigma = 200 \quad n = 36 \quad t \approx 1,96 \text{ car } 1-\alpha = 0,95$$

$$I = \left[ 3000 - 1,96 \times \frac{200}{\sqrt{36}} ; 3000 + 1,96 \times \frac{200}{\sqrt{36}} \right] \quad P(-t \leq T \leq t) = 0,95$$

$$= [2934,67 ; 3065,33] \quad T \sim \mathcal{N}(0;1)$$

$$2) 1-\alpha = 0,90 \quad t \approx 1,645 \quad \text{et} \quad 1-\alpha = 0,99 \quad t \approx 2,576$$

$$[2945,17 ; 3054,83] \quad [2914,13 ; 3085,87]$$

3) Plus le risque est grand moins l'intervalle est "large"

4) Non on a seulement une estimation à un seuil de risque prédéfini.

Ex8:

- $\bar{x} \approx 5 \quad \sigma = 1,155$
- $\mu \approx \bar{x} = 5$  est une estimation ponctuelle  
 $s = \sigma \times \sqrt{\frac{n}{n-1}} = 1,155 \times \sqrt{\frac{30}{29}} \approx 1,175$
- $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(5; \frac{1,175}{\sqrt{30}}\right) \approx \mathcal{N}(5; 0,214)$   
 $\left[ 5 - 1,96 \times 0,214 ; 5 + 1,96 \times 0,214 \right] = [4,58 ; 5,42]$

Ex 9:

|      |      |      |      |      |      |       |       |
|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 1) v | 77,5 | 87,5 | 87,5 | 97,5 | 97,5 | 107,5 | 107,5 |
| eff. | 5    | 10   | 20   | 36   | 15   | 8     | 6     |

$$\bar{x} \approx 92,20$$

$$s \approx 7,17.$$

$$2) \mu \approx \bar{x} = 92,20 \quad s \approx 7,17 \times \sqrt{\frac{2000}{1999}} \approx 7,17$$

$$3) I = \left[ \bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{100}} ; \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{100}} \right] \text{ avec } t \text{ tel que}$$

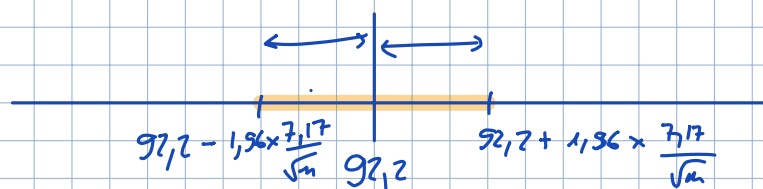
$$P(-t \leq T \leq t) = 0,99$$

$T \sim \mathcal{N}(0;1)$   
 $t \approx 2,576$

$$= \left[ 92,2 - 2,576 \times \frac{7,17}{\sqrt{100}} ; 92,2 + 2,576 \times \frac{7}{\sqrt{100}} \right]$$

$$\approx [90,35 ; 94,05]$$

$$4) P\left(92,2 - t \times \frac{7,17}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq 92,2 + t \frac{7,17}{\sqrt{n}}\right) = 0,95 \text{ avec}$$



$$P(-t \leq T \leq t) = 0,95$$

$T \sim \mathcal{N}(0;1)$   
 $t \approx 1,96$

$$2 \times 1,96 \times \frac{7,17}{\sqrt{n}} = 0,5 \text{ km/h}$$

$$\frac{7,17}{\sqrt{n}} = \frac{0,5}{2 \times 1,96}$$

$$\sqrt{n} = \frac{7,17 \times 2 \times 1,96}{0,5}$$

$$n = \left( \frac{7,17 \times 2 \times 1,96}{0,5} \right)^2$$

$$n \approx 3160.$$



Ex 10:  $X \sim \mathcal{N}(\mu; 0,14)$   $\bar{X} \sim \mathcal{N}(\mu; \frac{0,14}{\sqrt{49}}) = \mathcal{N}(\mu; 0,02)$

1) Si  $H_0: "m=150"$  est vraie alors  $\bar{X} \sim \mathcal{N}(150; 0,02)$

2)  $P(150-h \leq \bar{X} \leq 150+h) = 0,95$

$h \leq 0,039 \quad \alpha 10^{-3}$

donc  $I = [149,961; 150,039]$

3) On prélève un échantillon de 49 pièces  
on calcule la moyenne des longueurs  $m_e$

si  $m_e \in I$  on valide  $H_0$

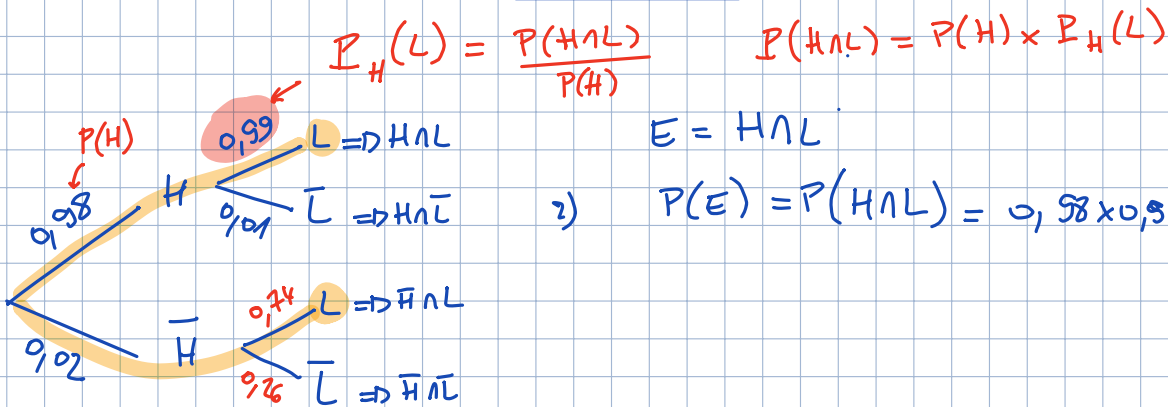
sinon on valide  $H_1$  au seuil de risque de 5%.

4)  $\bar{x} = 149,9 \notin I$  on valide  $H_1$

on conclut que la qualité des pièces produites n'est pas  
suffisante au seuil de 5%

(A)

1)



2)  $P(E) = P(H \cap \bar{L}) = 0,98 \times 0,99 = 0,9702$

3)  $P(L) = 98,5\% = 0,985$

$P_{\bar{H}}(\bar{L}) = 0,26$

$P(L) = P(H) \times P_H(L) + P(\bar{H}) \times P_{\bar{H}}(L)$

$0,985 = 0,98 \times 0,99 + 0,02 \times P_{\bar{H}}(L)$

$P_{\bar{H}}(L) = \frac{0,985 - 0,98 \times 0,99}{0,02} = 0,74$

$P_{\bar{H}}(\bar{L}) = 1 - P_{\bar{H}}(L) = 1 - 0,74 = 0,26$ , l'affirmation est vraie

4) a)  $N \sim \mathcal{B}(20; 0,9702)$

Bernoulli: On prélève une potelle on regarde si ses dimensions sont conformes (succès)

$P(\text{succès}) = P(H \cap L) = 0,9702$

On répète 20 fois cette épreuve, de manière indépendante (tirage avec remise)

$N$  compte le nombre de succès donc  $N \sim B(20; 0,9702)$

b)  $P(N \leq 19) \approx 6,454 \times 10^{-3}$

(B)  $X \sim \mathcal{N}(4,4; 0,02)$

1% de 4,4 mm = 0,044

$$\begin{aligned} &P(4,4 - 0,044 \leq X \leq 4,4 + 0,044) \\ &= P(4,356 \leq X \leq 4,444) \\ &\approx 0,972 \end{aligned}$$

(C)  $L \sim \mathcal{N}(\mu; 0,001)$

$$\bar{L} \sim \mathcal{N}\left(\mu; \frac{0,001}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}(\mu; 0,0001)$$

1) c'est un test bilatéral  $H_0: "m=2"$  et  $H_1: "m \neq 2"$

2)  $P(2-h \leq \bar{L} \leq 2+h) = 0,95$  sous l'hypothèse  $H_0: m=2$  donc  $\bar{L} \sim \mathcal{N}(2; 0,0001)$

$$I = [1,9998; 2,0002]$$

3) On prélève 100 poutrelles, on calcule  $\bar{L}$  la moyenne des longueurs des poutrelles  
si  $\bar{L} \in I$  on valide  $H_0$

Si non on valide  $H_1$  au seuil de risque de 5%

4) Le technicien a calculé  $\bar{L} \approx 1,9997 \notin I$  on conclut que la voie n'est pas bien réglée au seuil de risque de 5%.

BTS 2018

(1)

1) Bernoulli: On inspecte au hasard 1 pile, on regarde si elle nécessite une intervention de classe 1, 2 ou 3 (succès)

$$\begin{aligned} P(\text{Succès}) &= 1 - P(\text{la panne soit de classe 4 ou inexistante}) \\ &= 1 - 0,982 \\ &= 0,018 \end{aligned}$$

On répète 210 fois (c'est à dire  $3 \times 70 = 210$  piles) cette épreuve de Bernoulli de manière indépendante (les dommages sur les piles sont indépendants)

X compte le nombre de succès donc  $X \sim \mathcal{B}(210; 0,018)$

1)  $P(X=0) \approx 0,0221$

3)  $P(X \leq 2) \approx 0,2695$

4)  $E(X) = n \times p = 210 \times 0,018 \approx 3,78$  pièces.

5) a)  $n = 210 > 30$  ;  $np(1-p) = 210 \times 0,018 \times 0,982 = 3,7120 < 10$   
 $\lambda = 210 \times 0,018 = 3,78$ .

b)  $Z \sim \mathcal{P}(3,78)$

$P(Z \leq 2) \approx 0,2772$  avec la loi binomiale  $\mathcal{B}(210; 0,018)$

on avait  $P(X \leq 2) \approx 0,2695$

l'écart est de  $0,2772 - 0,2695 = 0,0077$  de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-3}$  c'est peu.

②  $Y \sim \mathcal{N}(22; 0,025)$

$$P(Y \notin [21,94; 22,06]) = 1 - P(21,94 \leq Y \leq 22,06) \approx 1 - 0,99836 \\ \approx 0,00164 \approx 10^{-4}$$

③ 1.  $H_1$  : "  $m \neq 22$  "

2.  $h \approx 0,0049$   $\bar{Y} \sim \mathcal{N}(22; 0,0025)$

3. On prélève un échantillon de 100 pièces on calcule la moyenne des diamètres  $m_e$

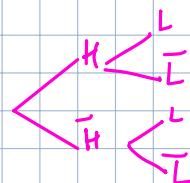
si  $m_e \in I = [21,9951; 22,0049]$  on valide  $H_0$

sinon on valide  $H_1$  au seuil de risque de 5%

4. a)  $m_e \in 21,9988$

b)  $m_e \in I$  on valide  $H_0$  la machine est bien réglée au seuil de risque de 5%

① Probabilités conditionnelles - arbre pondéré



② Stats 2 variables : régression linéaire par la méthode des moindres carrés.

③ Variables aléatoires discrètes (loi Binomiale ... Poisson...)

- ④ Variable aléatoires continues (lois normale)
- ⑤ Estimation ponctuelle et intervalles de confiance -
- ⑥ Tests d'hypothèses.

BTS 2014

① 1.  $X \sim \mathcal{B}(80; 0,005)$

Bernoulli: On prélève 1 préforme, on regarde si elle est non conforme (succès)

$$p(\text{succès}) = 0,005$$

On répète 80 fois ( $n=80$ ) cette épreuve de manière indépendante (tirage avec remise)

$X$  compte le nombre de succès donc  $X \sim \mathcal{B}(80; 0,005)$

2.  $P(X=1) \approx 0,269 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$

3.  $P(X \geq 2) \approx 0,061$

(TI)  $1 - P(X \leq 1) \approx 0,061$

② 1.  $y = 0,277x + 0,613$

2.  $0,277 \times 9 + 0,613 \approx 3,106 \%$

③  $C \sim \mathcal{N}(30; 1)$

1.  $P(28 \leq C \leq 32) \approx 0,954 \text{ à } 10^{-3}$

2.  $\bar{C} \sim \mathcal{N}(m; 0,1)$

a.  $H_1$ : " $m \neq 30$ "

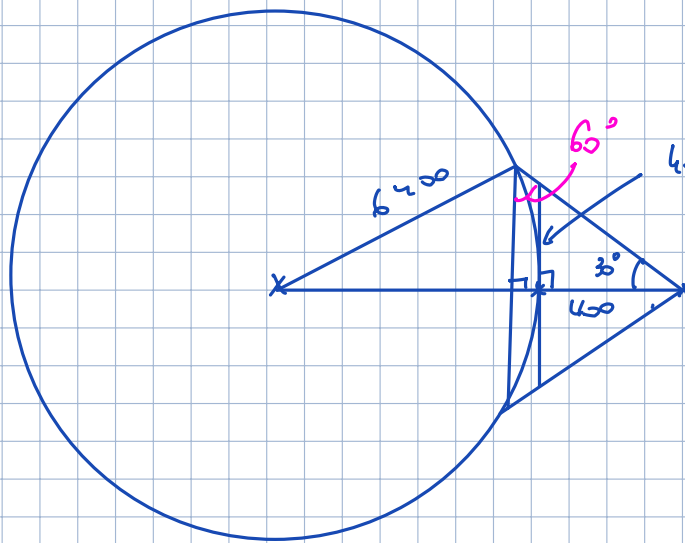
b.  $H_0$ : " $m=30$ " vraie,  $P(30-a \leq \bar{C} \leq 30+a) = 0,95$   
 $a \approx 0,196 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$

c. On prélève 100 bouteille, on calcule la charge moyenne de compression  $m_e$ .

si  $m_e \in I = [29,804; 30,196]$  on valide  $H_0$

sinon on valide  $H_1$  au seuil de risque de 5%

d.  $m_e \approx 29,4 \notin I$  la charge moyenne de compression de la production n'est pas de 30 N. au seuil de risque de 5% -



$$400 \tan(30^\circ) = 231 \text{ km.}$$

$$400 \tan(60^\circ) = 693 \text{ km.}$$